Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium
2600 Vác, Németh László u. 4- 6.
☎: 27- 317 - 077 ☎/fax: 27- 315 - 093
WEB: http://boronkay.vac.hu **e-mail:** boronkay@vac.hu

Levelező Matematika Szakkör **2013/2014. 1. feladatsor**
5.-6. évfolyam

Párba állítás

A kisgyerek még nem rendelkezik kialakult számfogalommal, mégis tudja, hogy mindkét kezén ugyanannyi ujja van. Elegendő, ha két kezét egymáshoz illeszti. Ilyen egyszerű ötletekkel, bizonyos számok, alakzatok párba állításával oldhatók meg feladatok, amelyeknél az alaphalmaz a pozitív egész számok halmaza.

Mintapéldák

1.) Igazoljuk, hogy az egész számok összege 1-től 1000-ig osztható 91-gyel!

Jól ismert a kis Gauss ötlete, aki az 1, 2, 3,…, 100 számok összeadását úgy végezte el, hogy az 1 és a 100, 2 és 99, 3 és 98 stb. számokat párba állította és a párok összegét szorozta meg a párok számával.
Példánkban is ezt alkalmazzuk:
$1 + 2 +3 + \ldots + 998 + 999 + 1000 = (1 + 1000) + (2 + 999) + (3 + 998) + \ldots + (500 + 501) = 500 \cdot 1001 = 500 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 = 500 \cdot 11 \cdot 91$, ezért az összeg osztható 91-gyel.

2.) Egy szultán száz cella mindegyikébe bezárat egy-egy rabot. A cellákon kétállású zárak vannak, forgatással felváltva nyílnak, illetve záródnak. A rabok nem veszik észre, ha nyitják vagy zárják az ajtót.
A száz rab bezáratását követően a szultán meggondolja magát és végigszalaszt egy őrt, hogy minden záron fordítson egyet, majd újra meggondolja magát és ekkor elküld egy második őrt, hogy ő minden második záron fordítson egyet. A következő pillanatban már küldi is a harmadikat azzal a paranccsal, hogy minden harmadik záron fordítson egyet, s ezt így folytatja tovább, amíg a századik őr azt a parancsot kapja, hogy minden századik záron fordítson egyet. Ezután pedig a szultán elrendeli, hogy akinek a cellája nyitva van, azt bocsássák szabadon. Kik szabadultak ki?

Azok az ajtók lesznek nyitva, amelyeknek zárján páratlan sokszor fordítottak. Az első őr minden záron fordít. A második minden második záron, tehát azokon, amelyek sorszáma osztható 2-vel. A harmadik őr éppen azokon a zárakon fordít, amelyek sorszáma 3-mal osztható, stb. Ezért minden zár annyiszor fordul, ahány osztója van az ajtó sorszámának. Például a 9. cella zárja háromszor fordul, mert a 9-nek három „darab” osztója van (1; 3; 9). Így ebből a cellából a fogoly kiszabadul. A 12. cella zárva lesz, mert a 12-nek páros számú osztója van ($1 \cdot 12$; $2 \cdot 6$; $3 \cdot 4$). Nagyobb számoknál egy szám összes osztóját a „társosztók” segítségével könnyebb meghatározni. (Társosztók azok a számok, amelyek szorzata magát a számot adja eredményül.) Megfigyelhető, hogy a 9-nek, 16-nak, 25-nek, stb. (négyzetszámoknak) páratlan számú osztójuk van, így ezekből a cellákból szabadulnak ki a foglyok.

3.) Egy téglalap területe 24 cm^2. Mekkorák lehetnek az oldalai, ha azok hossza centiméterben mérve egész szám? Hány ilyen téglalap van?
A 24 társosztói: 1 és 24, 2 és 12, 3 és 8, 4 és 6. Tehát 4 ilyen téglalap van.

Gyakorló feladatok

1.) Egy téglalap területe 60 cm^2. Mekkorák lehetnek az oldalai, ha azok hossza centiméterben mérve egész szám? Hány ilyen téglalap van?

2.) Budapesten a villamos- és buszjegyeken 9 lyukasztási hely van. 4 vagy 5 lyuk lyukasztásával lehet többféle lyukkombinációt megvalósítani?

3.) Melyik számnak van több osztója: 216-nak vagy 1000-nek?

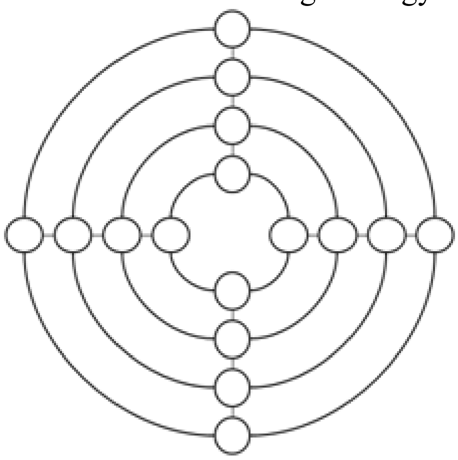
Kitűzött feladatok

1.) Számítsd ki az alábbi kifejezés értékét!

$$\frac{1+2+3+\cdots+99+100+101}{1-2+3-\cdots+99-100+101}=$$

2.) Két játékos felváltva ír a táblára egyet az 1, 2, …, 10 számok közül. Az veszít, aki olyan számot ír, mely egy korábban felírt számnak osztója. Te melyik számmal kezdenél? Van nyerő stratégia?

3.) A metszéspontokon levő 16 kis körbe írjátok bele 1-től 16-ig a természetes számokat úgy, hogy a sugarakon és a körökön levő 4-4 szám összege 34 legyen!



4.) Melyek azok az egymást követő pozitív egész számok, amelyeknek összege 45? Keress több megoldást!

Beküldési határidő: **2013. 11. 17.**

Postai cím: Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.